



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

PAS _ A020 _ UNIPD _ 2015

*Didattica delle tecnologie meccaniche di
processo e di prodotto.*

Professore Domenico Fernando Antonucci



PAS _ A020_UNIPD_2015

*Didattica delle tecnologie meccaniche di
processo e di prodotto.*

Analisi, Riflessioni, Esercitazioni

Professore Domenico Fernando Antonucci



Fluodinamica dell'aria

Richiami di termodinamica

Simboli e definizioni.

U [J/kg] *Energia*

interna. È l'energia posseduta dalle molecole in forma sia potenziale (legame chimico e azioni elettrostatiche) che cinetica (agitazione termica). Nei gas la componente potenziale è trascurabile e in conseguenza l'energia interna si identifica con quella cinetica, dipende quindi solo dalla temperatura.

T [K] *Temperatura.* Grandezza proporzionale all'energia cinetica media che hanno le molecole nel loro moto disordinato nella materia. Se vengono a contatto molecole mediamente più veloci («calde») con molecole meno veloci («fredde»), a causa degli urti reciproci, le prime tendono a rallentare («raffreddarsi») e le seconde ad accelerare («riscaldarsi») il loro moto.

Da un altro punto di vista *la temperatura* indica il livello al quale il calore è disponibile in quanto esprime l'attitudine di un corpo a scambiare calore con altri corpi e con l'ambiente.

Q [J/kg] *Quantità di calore (per unità di massa).* È l'energia che un sistema scambia con l'esterno attraverso le pareti che lo delimitano. È definita come *positiva* quando *entra* nel sistema.

L [J/kg] *Lavoro (per unità di massa).* È l'energia che un sistema scambia con l'esterno sotto forma di azioni meccaniche (forze e spostamenti). È definito come *positivo* quando *esce* dal sistema.

H [J/kg] *Entalpia.* È definita dalla funzione: $H = U + pv$. Rappresenta la somma dell'energia interna con il prodotto tra pressione e volume specifico. Permette di considerare con un'unica funzione le variazioni di energia interna e di energia meccanica necessaria per spostare un fluido.



S [J/kg K] *Entropia*. È definita dalla funzione: $dS = (dQ/T)_{irr}$. La funzione entropia tiene conto di due caratteristiche universali dei fenomeni fisici: a) il calore passa solo dai corpi caldi ai corpi freddi; b) in ogni fenomeno fisico c'è sempre una parte di energia meccanica (lavoro) che si trasforma in calore a causa degli attriti. Ogni fenomeno fisico è accompagnato da un aumento dell'entropia globale, infatti: a) in ogni scambio reale di calore si ha un aumento di entropia totale perché il corpo che cede calore deve avere una temperatura più alta di quello che lo riceve, quindi $|dQ/T|_{caldo} < |dQ/T|_{freddo}$, pertanto la diminuzione di entropia del corpo caldo è inferiore all'aumento di entropia del corpo freddo; b) in ogni fenomeno in cui ci sono attriti c'è un aumento di entropia perché c'è produzione di calore, $dQ > 0$ quindi $dQ/T > 0$.

In meccanica statistica la funzione entropia esprime la probabilità che uno stato termodinamico ha di esistere rispetto agli altri stati possibili. Poiché ogni sistema tende naturalmente ad evolvere verso gli stati più probabili evolverà anche verso sistemi a più alta entropia.



Relazioni termodinamiche fondamentali per i gas

Le relazioni

della Termodinamica dipendono dal particolare stato in cui si trova la materia. La *Termodinamica dei gas* si basa su relazioni ricavate considerando un fluido ideale detto «gas perfetto».

Un fluido può essere trattato come gas perfetto quando, con approssimazione accettabile, si ha: a) validità della *Legge Generale dei gas* che riassume in sé le leggi di *Gay-Lussac* e *Boyle-Mariotte*; b) costanza della capacità termica massica (calore specifico); c) proporzionalità tra energia interna e temperatura. Le relazioni fondamentali valide per i gas perfetti sono accettabili con ottima approssimazione anche per i gas reali (tab. 1.1). Per l'aria, considerando gli sbalzi di temperatura usuali in pneumatica, gli errori sono $< 1\%$.



TAB. 1.1. - RELAZIONI TERMODINAMICHE GENERALI PER I GAS.

Entità	Simbolo	Unità di misura	Relazione caratteristica	Relazione caratteristica differenziale
Pressione	p	$\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$p = \frac{F}{A}$ F forza A superficie	
Volume specifico	v	$\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$	$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$ V volume m massa	
Densità	ρ	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{v}$ m massa V volume	
Capacità termica (calore specifico) a volume cost.	C_v	$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$	$C_v = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_{v=\text{cost}}$ Q calore T temperatura	$C_v = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{v=\text{cost}}$
Capacità termica (calore specifico) a pressione cost.	C_p	$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$	$C_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_{p=\text{cost}}$ Q calore T temperatura	$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{p=\text{cost}}$
Legge generale dei gas			$pv = RT$ R costante caratteristica del gas	
Relazione tra R, C_p , C_v , k			$R = C_p - C_v$ $k = C_p/C_v$ $C_v = R/(k - 1)$ $C_p = Rk/(k - 1)$	
Lavoro unitario o massico	L	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$	$L = \int_1^2 p \, dv$	$dL = p \, dv$
Energia interna unitaria	U	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$	$\Delta U = C_v \Delta T$	$dU = C_v dT$



Segue TAB. 1.1.

Entalpia unitaria	H	$\frac{J}{kg}$	$\Delta H = \Delta U + p_2 v_2 - p_1 v_1$ $\Delta H = C_p \Delta T$	$dH = dU + d(pv) = dU + p dv + v dp$ $dH = C_p dT$		
Entropia unitaria	S	$\frac{J}{kg K}$	$S = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{\text{reversibile}}$	$dS = \frac{dQ}{T}$ $T ds = C_v dT + p dv$		
<p>Per l'aria ($T = 300 \text{ K}$, $p = 100 \text{ kPa}$) si ha: $v = 0,861 \text{ m}^3/\text{kg}$; $\rho = 1,1614 \text{ kg/m}^3$ $C_p = 100,5 \text{ J/kg K}$; $C_v = 716,5 \text{ J/kg K}$</p> <p>Valori di R e k, in funzione della temperatura, per l'aria.</p>						
T[K]	300	400	500	600	700	800
R[J/kg K]	287,0	286,7	286,6	287,1	287,2	287,4
k = C_p/C_v	1,400	1,395	1,386	1,376	1,365	1,354



1.3. Trasformazioni termodinamiche nei sistemi chiusi. — Un sistema termodinamico chiuso è una porzione dello spazio delimitata da una superficie estensibile che può scambiare energia (sotto forma di calore e lavoro) con l'esterno.

Un sistema chiuso contenente gas è determinato interamente dalle tre variabili termodinamiche p , v , T che si considerano uniformi in tutta la massa. In risposta ad un flusso di energia e/o a variazioni di volume, si ha una *trasformazione termodinamica* che comporta una variazione delle variabili che definiscono il sistema chiuso. Le trasformazioni si dicono *reversibili* se, idealmente, avvengono in assenza di attriti (sia interni al fluido che esterni) e con trasmissione del calore tra salti di temperatura infinitesimali, in modo che, se viene invertito il verso del flusso termico e del moto, il sistema si riporta nelle condizioni iniziali.

Nei sistemi chiusi soggetti a trasformazioni reversibili, il principio generale della conservazione dell'energia viene scritto in una forma particolare detta *primo principio della termodinamica* (tab. 1.2) che esprime l'equivalenza tra energia che entra nel sistema e quella che esce a meno della parte che rimane immagazzinata come energia interna; l'energia scambiata con l'esterno può essere sia sotto forma di calore che di lavoro.



TAB. 1.2. - PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA.

	Generale	Valido per i gas perfetti
Forma differenziale	$dQ = dU + dL$	$dQ = C_v dT + p dv$
Forma discreta	$Q = \Delta U + L$	$Q = C_v \Delta T + \int_1^2 p dv$
Q calore scambiato (+ se entra), L lavoro scambiato (+ se esce), U energia interna, T temperatura assoluta, p pressione, v volume specifico, C_v calore specifico a volume costante.		

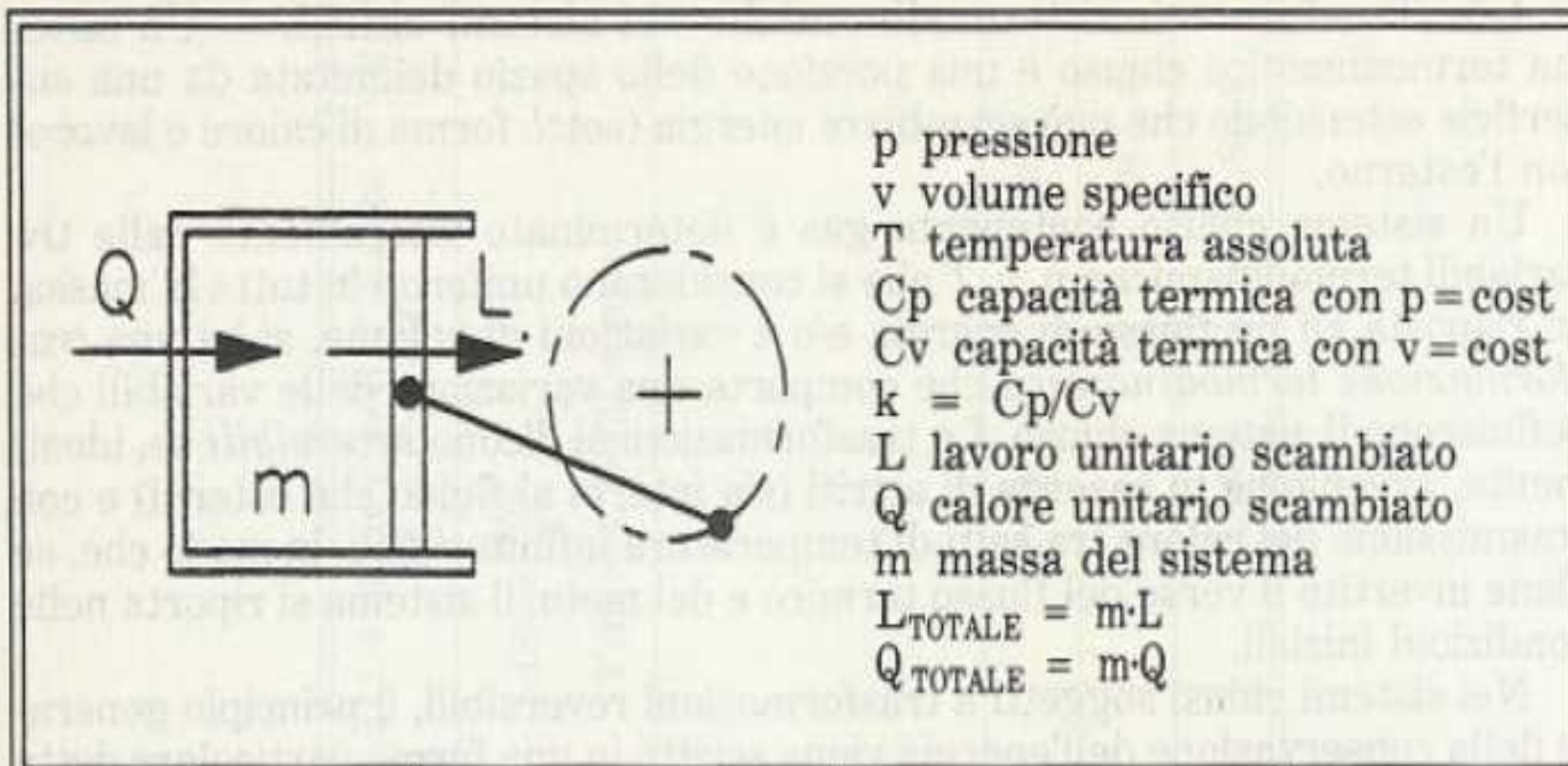


La validità del 1° principio ha delle limitazioni per quanto riguarda la possibilità di trasformare il calore in lavoro e tali limitazioni costituiscono il *secondo principio della termodinamica*, infatti la quantità di calore che una macchina può trasformare in lavoro dipende dalla temperatura alla quale il calore è disponibile e dalla temperatura alla quale esso si scarica.

Le relazioni termodinamiche valide per trasformazioni reversibili in sistemi chiusi e riguardanti il gas perfetto (tab. 1.3) possono essere ricavate direttamente dalle relazioni generali e dal primo principio.

Le trasformazioni termodinamiche reali possono considerarsi come trasformazioni reversibili se si introducono dei parametri globali (rendimenti) che tengono conto, caso per caso, degli attriti e delle discontinuità di temperatura e pressione.

TAB. 1.3. - TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE DEI GAS NEI SISTEMI CHIUSI.





Trasformazione	Definizione	Legge caratteristica	Lavoro scambiato (positivo se esce) J/kg	Calore scambiato (positivo se entra) J/kg
Isovolumentica	$V = \text{cost}$	$p/T = \text{cost}$	$L = 0$	$Q = C_v \Delta T$
Isobara	$p = \text{cost}$	$v/T = \text{cost}$	$L = p (v_2 - v_1)$	$Q = C_p \Delta T$
Isotermica	$T = \text{cost}$	$pv = \text{cost}$	$L = RT \ln(v_2/v_1)$ $L = RT \ln(p_1/p_2)$ $L = p_1 v_1 \ln(v_2/v_1)$ $L = p_1 v_1 \ln(p_1/p_2)$	$Q = L$
Adiabatica	$Q = 0$	$pv^k = \text{cost}$ $Tv^{k-1} = \text{cost}$ $Tp^{\frac{1-k}{k}} = \text{cost}$ $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{k-1}}$ $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$	$L = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2)$ $L = \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right]$ $L = \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$ $L = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right]$ $L = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$ $L = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{k-1}$	$Q = 0$
Politropica	Legge di variazione qualsiasi	Come per l'adiabatica sostituendo l'esponente k con l'esponente n	Come per l'adiabatica sostituendo l'esponente k con l'esponente n	$Q = C \Delta T$ $C = \frac{R(n-k)}{(k-1)(n-1)}$ $n = \frac{C_p - C}{C_v - C}$



1.4. Sistemi aperti. — Un sistema termodinamico aperto è una regione dello spazio delimitata da una superficie che può scambiare energia (quantità di calore e lavoro) e massa con l'esterno. Un tipico sistema aperto è un condotto percorso da un fluido che può scambiare calore attraverso le pareti e lavoro con un utilizzatore.

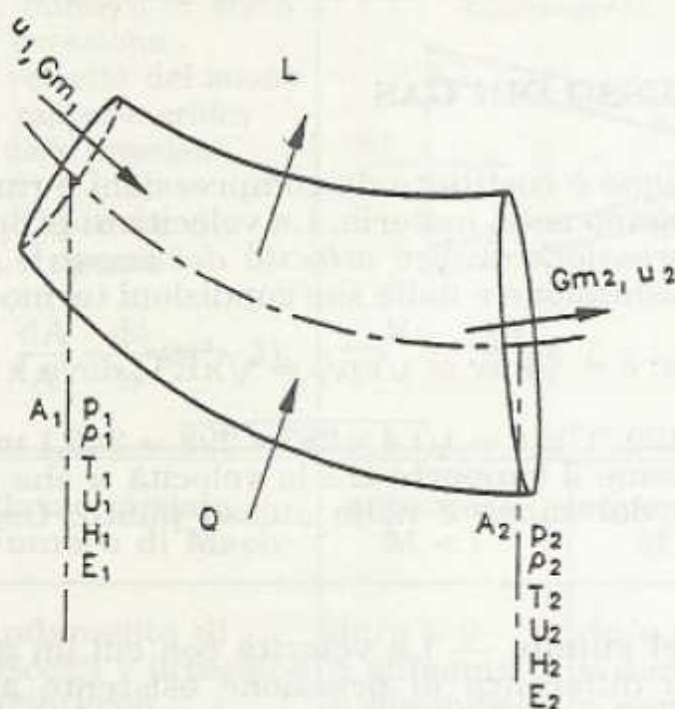
Contrariamente a quanto assunto per i sistemi chiusi, nei sistemi aperti le variabili termodinamiche e la velocità non sono uniformi in tutto il sistema,

ma variano da punto a punto; in compenso si assume che vi sia un *flusso stazionario*, ossia si ritiene che i valori dei vari parametri in ogni punto dello spazio restino costanti nel tempo.

Un sistema aperto può essere studiato applicando i principi generali della fisica: conservazione della massa e conservazione dell'energia (tab. 1.4).



Tab. 1.4. - RELAZIONI CARATTERISTICHE DEGLI AERIFORMI NEI SISTEMI APERTI.



p pressione
 ρ densità ($\rho = 1/v$)
 v volume massico
 T temperatura
 U energia interna
 H entalpia
 A sezione di passaggio
 u velocità
 Gm portata massica
 Gv portata volumetrica
 E energia totale del fluido
 L lavoro scambiato (+ esce)
 Q calore scambiato (+ entra)
 z altezza geodetica
 m massa
 U, H, E, L, Q sono relativi all'unità di massa

Portate	massica: $Gm = \frac{dm}{dt}$	volumetrica: $Gv = \frac{dv}{dt}$	legame massica-volumetrica $Gm = \rho Gv$
Conservazione della massa (continuità)	$Gm_1 = Gm_2$ $\rho_1 Gv_1 = \rho_2 Gv_2$ $Gv_1/v_1 = Gv_2/v_2$ $\rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2$ $A_1 u_1/v_1 = A_2 u_2/v_2$		



Conservazione dell'energia (Bernoulli per aeriformi) Si trascurano attriti ed energia potenziale geodetica	$m(Q - L) = E_2 - E_1$ $Q - L = 1/2 \cdot (u_2^2 - u_1^2) + U_2 - U_1 + p_2 v_2 - p_1 v_1$ $Q - L = 1/2 \cdot (u_2^2 - u_1^2) + H_2 - H_1$ $Q - L = 1/2 \cdot (u_2^2 - u_1^2) + C_p (T_2 - T_1) *$ * valida solo per i gas e non per i vapori
Bernoulli con attriti	$Q - L - L_Q = 1/2 \cdot (u_2^2 - u_1^2) + H_2 - H_1$ L_Q energia meccanica del fluido trasformata in calore dalle resistenze passive
Potenza scambiata dal fluido	$W = Gm (Q - L) = Gm [1/2 \cdot (u_2^2 - u_1^2) + H_2 - H_1]$ $W_L = Gm L$ meccanica $W_Q = Gm Q$ termica



Efflusso dei gas

Velocità del suono. — Il suono è costituito da compressioni e rare-

fazioni successive (*onde*) che si propagano nella materia. La velocità di propagazione di queste perturbazioni di pressione si dice *velocità del suono* e dipende dal mezzo in cui avviene la trasmissione e dalle sue condizioni termodinamiche.

Per i gas la velocità del suono vale: $c = \sqrt{kp/\rho} = \sqrt{kp/\rho} = \sqrt{kRT}$, dove $k = C_p/C_v$.

Per l'aria in condizioni ambiente (20 °C): $c = \sqrt{1,4 \times 287 \times 293} = 343,1$ m/s.

Numero di Mach M . È definito come il rapporto tra la velocità u che un fluido ha in un punto e la velocità del suono c nello stesso punto. Ossia $M = u/c$.

Moto dei gas e velocità del suono. — La velocità con cui un gas

percorre un condotto dipende dalla differenza di pressione esistente agli estremi del condotto; tuttavia la velocità massima del gas ha dei limiti dipendenti dal raggiungimento della velocità che ha il suono all'interno del gas.



Si possono distinguere tre regimi:

a) *Moto subsonico* ($M < 1$). Il gas si muove con una velocità inferiore a quella del suono. Ogni perturbazione di pressione che accidentalmente si formi nel condotto, viaggiando più velocemente del fluido, interessa solo per un breve periodo ciascuna sua porzione.

b) *Moto sonico o critico* ($M = 1$). Il gas, accelerando progressivamente, raggiunge, in un punto del condotto, la velocità del suono. Ogni perturbazione di pressione che accidentalmente si formi nel condotto, viaggia più velocemente del fluido e raggiunge la porzione di gas che ha la velocità del suono, quindi procede assieme ad essa creando un aumento di pressione localizzato che aumenta continuamente perché è alimentato dalle altre onde sonore che sopraggiungono. Al passare del tempo si ha un aumento di pressione localizzato molto elevato (fronte d'urto) che impedisce al gas di fluire più velocemente; il gas quindi viaggia alla velocità del suono anche se il salto di pressione tra ingresso e uscita del condotto permetterebbe, in teoria, di raggiungere velocità più elevate. Per superare la velocità del suono bisogna fare in modo che, in corrispondenza del fronte d'urto, la pressione si abbassi; ciò si può ottenere sagomando il condotto in modo divergente.

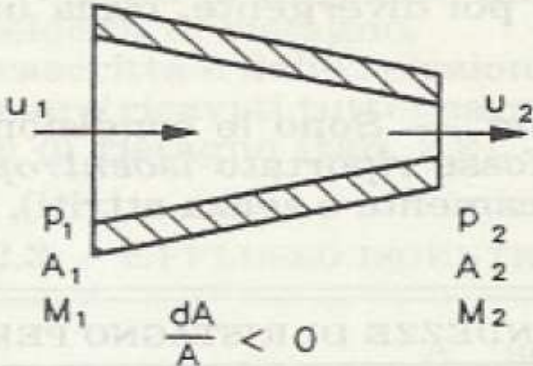
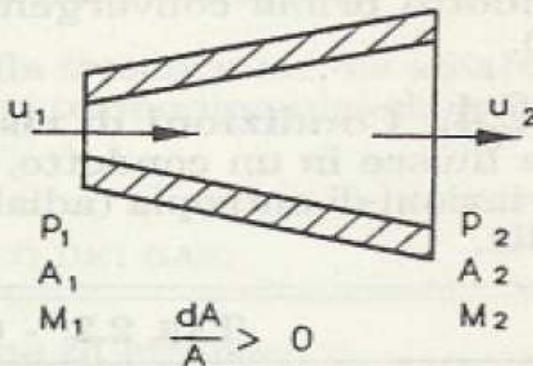
c) *moto supersonico* ($M > 1$). Se si riesce a far superare al gas la velocità critica allora il gas si muove con una velocità superiore a quella del suono. Ogni perturbazione di pressione che accidentalmente si formi nel condotto viene lasciata indietro e quindi interessa per un periodo molto breve ciascuna porzione del fluido.



Ugelli e diffusori. — Si dice *ugello* un condotto in cui la velocità del fluido aumenta, *diffusore* un condotto nel quale la velocità del fluido diminuisce; per i gas ugelli e diffusori possono essere sia convergenti sia divergenti (tab. 2.1).

A seconda della conformazione del condotto e della velocità iniziale del fluido si hanno vari regimi (tab. 2.1). Si nota che, qualsiasi sia il salto di pressione, non ci può mai essere il passaggio dal flusso subsonico a quello supersonico senza cambiare la conformazione del condotto. Per avere una velocità supersonica, oltre ad avere $r < r_c$ (tab. 2.3.), bisogna costruire un condotto prima convergente e poi divergente, ossia un *ugello di Laval* (fig. 2.1).

TAB. 2.1. - VELOCITÀ DEGLI AERIFORMI NEI CONDOTTI SAGOMATI.

<p>A area di passaggio u velocità del gas M numero di Mach p pressione c velocità del suono r_c rapporto critico delle pressioni</p> <p>Teorema di Hugoniot</p> $\frac{dA}{A} = \frac{du}{u} (M^2 - 1)$		FORMA DEL CONDOTTO			
		convergente		divergente	
					
Flusso iniziale Numero di Mach		subsonico $M < 1$	supersonico $M > 1$	subsonico $M < 1$	supersonico $M > 1$
Andamento di velocità e pressione all'interno del condotto		$du/u > 0$ u aumenta p diminuisce	$du/u < 0$ u diminuisce p aumenta	$du/u < 0$ u diminuisce p aumenta	$du/u > 0$ u aumenta p diminuisce
Flusso alla fine del con- dotto	$p_2/p_1 > r_c$ $p_2/p_1 \leq r_c$	subsonico $M < 1, u < c$ critico $M = 1, u = c$	critico $M = 1, u = c$	subsonico $M < 1, u < c$ subsonico $M < 1, u < c$	supersonico $M > 1, u > c$

L'influenza della conformazione del condotto sulla velocità del fluido è descritta dal *teorema di Hugoniot* che si ricava in base ai principi di conservazione della massa e dell'energia.

Teorema di Hugoniot.

$$\frac{dA}{A} = \frac{du}{u} (M^2 - 1)$$

dove: A [m²] sezione di passaggio del gas;
 u [m/s] velocità del gas;
 M numero di Mach.

Poiché A e u sono sempre positivi si ha:

$dA/A > 0$ sezione in aumento, condotto divergente;

$dA/A < 0$ sezione in diminuzione, condotto convergente;

$du/u > 0$ velocità in aumento, ugello;

$du/u < 0$ velocità in diminuzione, diffusore.

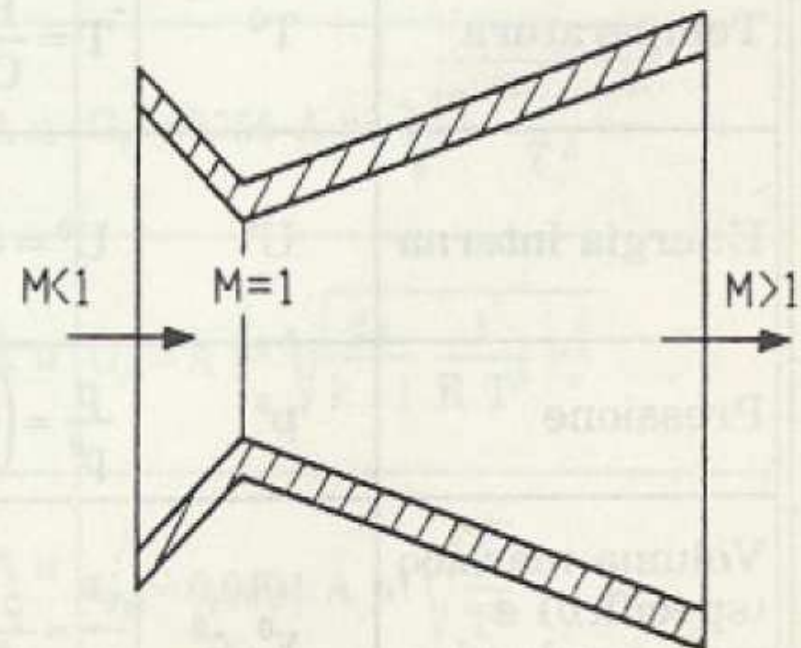


Fig. 2.1. - Ugello di Laval.



Condizioni di ristagno. — Sono le condizioni che avrebbe un gas, che fluisce in un condotto, se fosse riportato *isoentropicamente*, ossia senza variazioni di entropia (adiabaticamente e senza attriti), a condizioni di velocità nulla.

Applicando il Teorema di Bernoulli per aeriformi (tab. 1.4), supponendo nullo lo scambio di calore e lavoro, si ottiene:

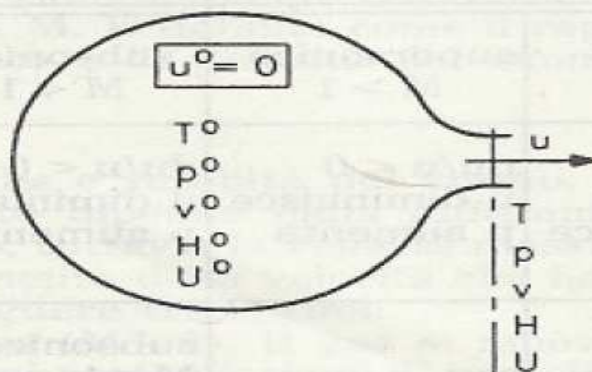
$$\frac{1}{2}(u^2 - u^0{}^2) + H - H^0 = 0$$

dove: H, u entalpia e velocità in un punto qualsiasi del condotto;
 $H^0, u^0 = 0$ entalpia e velocità di ristagno.

Dalla relazione soprascritta e dalle relazioni della trasformazione adiabatica (tab. 1.3) possono essere ricavati tutti i parametri termodinamici che caratterizzano la condizione di ristagno (tab. 2.2).

TAB. 2.2. - GRANDEZZE DI RISTAGNO PER I GAS.

RECIPIENTE
DI GRANDEZZA
INFINITA



R costante caratteri-
stica dei gas
Cp calore specifico a
pressione costante
Cv calore specifico a vo-
lume costante
k = Cp/Cv
u velocità

Grandezza di ristagno	Simbolo	Relazione fondamentale	Altre relazioni caratteristiche
Entalpia	H^0	$H^0 = H + \frac{1}{2} u^2$	
Temperatura	T^0	$T = \frac{H^0}{C_p}$	$T^0 = T + \frac{u^2}{2 C_p}$; $\frac{T}{T^0} = 1 - \frac{k-1}{2kR} \frac{u^2}{T^0}$
Energia interna	U^0	$U^0 = C_v T^0$	$U^0 = C_v T + \frac{u^2}{2 k}$
Pressione	p^0	$\frac{p}{p^0} = \left(\frac{T}{T^0}\right)^{\frac{k}{k-1}}$	$\frac{p}{p^0} = \left[1 - \frac{k-1}{2kR} \frac{u^2}{T^0}\right]^{\frac{k}{k-1}}$
Volume massico (specifico) e massa volumica (densità)	v^0, ρ^0	$\frac{v^0}{v} = \frac{\rho}{\rho^0} = \left(\frac{T}{T^0}\right)^{\frac{1}{k-1}}$	$\frac{\rho}{\rho^0} = \frac{v^0}{v} = \left[1 - \frac{k-1}{2kR} \frac{u^2}{T^0}\right]^{\frac{1}{k-1}}$



Efflusso isoentropico da condizioni di ristagno. — L'energia cine-

tica di un flusso di gas, a causa della bassa densità, diventa apprezzabile solo quando la velocità è molto elevata. Si possono quindi considerare come in condizioni di ristagno, oltre ai gas racchiusi in serbatoi, anche l'aria all'interno degli attuatori pneumatici (cilindri) e l'aria che fluisce nei condotti dell'impianto pneumatico e, generalmente, anche quella che passa nei tubi di adduzione agli attuatori; in definitiva l'aria si può considerare in condizioni di ristagno in tutti i casi in cui la velocità < 30 m/s.

L'efflusso attraverso un boccaglio si può ritenere isoentropico con buona approssimazione se il rapporto lunghezza/apertura < 3 , pertanto l'efflusso dei gas all'interno delle valvole pneumatiche di distribuzione e regolazione si può ritenere isoentropico.

Lo studio dell'efflusso isoentropico da condizioni di ristagno può essere fatto ricorrendo alle relazioni relative alla conservazione della massa e dell'energia (tab. 1.4) lontano dalle condizioni di velocità critica. I tre regimi subsonico, sonico e supersonico devono essere considerati separatamente e danno luogo a relazioni diverse (tab. 2.3).

TAB. 2.3. - EFFLUSSO ISOENTROPICO DEI GAS.

A sezione di efflusso
 T^0, T temperature di ristagno e in uscita
 p^0, p pressioni di ristagno ed esterna
 v^0, v, ρ^0, ρ volumi specifici di ristagno ed in uscita

$p_c = p^0 / \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ pressione critica

$r_c = \frac{p_c}{p^0} = 1 / \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ rapporto critico

Per l'aria ($t = 25^\circ\text{C}$, $k = 1,4$): $r_c = 0,5283$

Rapporto $r = p/p^0$	Fluido	Velocità di efflusso [m/s]	Portata volumetrica [m ³ /s]	Portata massica $G_m = \rho G_v$ [kg/s]
$r > r_c$	gas generico	$u = \sqrt{\frac{2k R T^0}{k-1} \left(1 - r^{\frac{k-1}{k}}\right)}$	$G_v = A u$	$G_m = A p^0 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{1}{R T^0} \left(r^{\frac{2}{k}} - r^{\frac{k+1}{1}}\right)}$
	aria	$u = 44,82 \sqrt{T^0 (1 - r^{0,286})}$	$G_v = A u$	$G_m = 0,156 A p^0 \sqrt{\frac{r^{1,423} - r_c^{1,714}}{T^0}}$
$r \leq r_c$	gas generico	$u = \sqrt{\frac{2k R T^0}{k+1}}$	$G_v = A u$	$G_m = A p^0 \sqrt{\frac{2k}{k+1} \frac{1}{R T^0} r_c^{\frac{2}{k}}}$
	aria	$u = c = 18,3 \sqrt{T^0}$	$G_v = A u$	$G_m = 0,0404 A p^0 \sqrt{\frac{1}{T^0}}$

R costante caratteristica, k rapporto tra calori specifici, c velocità del suono



Grazie per la cortese attenzione