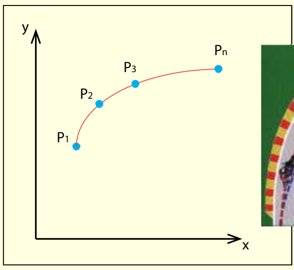
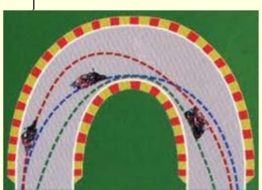
CINEMATICA APPLICATA

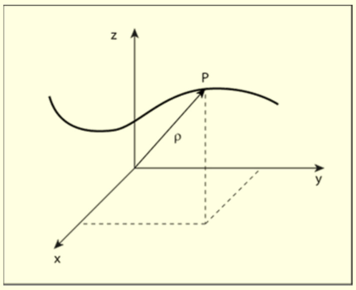
CINEMATICA : studio del moto di un punto o di un corpo

POSIZIONE: coordinate di un punto in un sistema di riferimento
Nella cinematica la posizione è dipendente dal tempo.
La posizione è definita anche dal vettore ρ

TRAIETTORIA: curva nello spazio 2/3D, insieme delle posizioni occupate dal punto durante il moto







Posizione:
COORDINATE dipendenti dal tempo

$$P(x_P, y_P, z_P)$$

Vettore (modulo, direzione, verso)

$$\begin{Bmatrix} x_P = x_P(t) \\ y_P = y_P(t) \\ z_P = z_P(t) \end{Bmatrix}$$

$$\overline{\rho} = \{\overline{\mathbf{i}} \quad \overline{\mathbf{j}} \quad \overline{\mathbf{k}}\} \cdot \begin{Bmatrix} x_P \\ y_P \\ y_P \end{Bmatrix} = x_P\overline{\mathbf{i}} + y_P\overline{\mathbf{j}} + z_P\overline{\mathbf{k}}$$

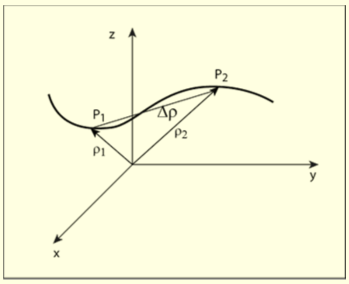
$$|\overline{\rho}| = \sqrt{x_P{}^2 + y_P{}^2 + z_P{}^2}$$

SPOSTAMENTO: lunghezza di arco lungo la traiettoria, calcolata a partire da una origine (=punto della traiettoria stessa)

Quando lo spostamento è dipendente dal tempo, si parla di MOTO del punto lungo la traiettoria

VETTORE SPOSTAMENTO:
Differenza tra due vettori posizione valutati in differenti istanti di tempo

$$\Delta\overline{s} = \overline{\rho}_2 - \overline{\rho}_1$$



Parametri

SPOSTAMENTO:
funzione dipendente dal tempo

VETTORE SPOSTAMENTO:
Vettore (modulo, direzione, verso)

$$\{\Delta s(t)\} = \begin{Bmatrix} x_{P2} - x_{P1} \\ y_{P2} - y_{P1} \\ z_{P2} - z_{P1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta x_P(t) \\ \Delta y_P(t) \\ \Delta z_P(t) \end{Bmatrix}$$

VELOCITÀ MEDIA :
rapporto tra il vettore spostamento e l’intervallo di tempo durante il quale lo stesso è stato determinato.
Dipende dalla posizione iniziale e finale del punto nella traiettoria e dal tempo di percorrenza.

$$\bar{v}_m = \frac{\Delta \bar{s}}{\Delta t}$$

$$\{v_m\} = \begin{Bmatrix} v_{mx} \\ v_{my} \\ v_{mz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\Delta x_P(t)}{\Delta t} \\ \dfrac{\Delta y_P(t)}{\Delta t} \\ \dfrac{\Delta z_P(t)}{\Delta t} \end{Bmatrix}$$

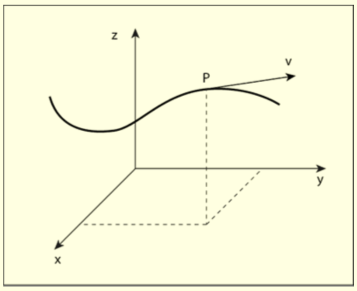
VELOCITÀ ISTANTANEA

Velocità media quando l'intervallo di tempo diventa infinitamente piccolo

La velocità istantanea in un punto della traiettoria
è rappresentata da un vettore tangente alla traiettoria stessa

$$\bar{v} = \frac{d\bar{s}}{dt}$$

$$\{v\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{dx_P(t)}{dt} \\ \dfrac{dy_P(t)}{dt} \\ \dfrac{dz_P(t)}{dt} \end{Bmatrix}$$

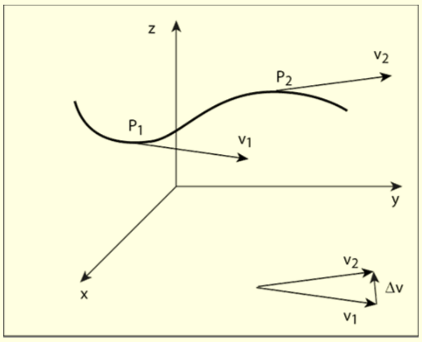


ACCELERAZIONE MEDIA

Rapporto tra la differenza dei vettori velocità istantanea
in due diversi istanti di tempo e l'intervallo di tempo

$$\bar{a}_m = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}$$

$$\{a_m\} = \begin{Bmatrix} a_{mx} \\ a_{my} \\ a_{mz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\Delta v_{mx}(t)}{\Delta t} \\ \dfrac{\Delta v_{my}(t)}{\Delta t} \\ \dfrac{\Delta v_{mz}(t)}{\Delta t} \end{Bmatrix}$$



ACCELERAZIONE ISTANTANEA

Accelerazione media quando l'intervallo di tempo diventa infinitamente piccolo

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{dv_x(t)}{dt} \\ \frac{dv_y(t)}{dt} \\ \frac{dv_z(t)}{dt} \end{Bmatrix}$$

Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Parametri della **TRAIETTORIA**

Raggio di curvatura

$$R = \frac{|\mathbf{\bar{v}}|^3}{|\mathbf{\bar{v}} \wedge \mathbf{\bar{a}}|}$$

Curvatura (=inverso del raggio di curvatura)

$$k = \frac{1}{R} = \frac{|\mathbf{\bar{v}} \wedge \mathbf{\bar{a}}|}{|\mathbf{\bar{v}}|^3}$$

Centro di curvatura

$$x_C = x_P \pm R$$
$$y_C = P_P \pm R$$

Parametri della **TRAIETTORIA**

Versore TANGENTE

$$\bar{\mathbf{t}} = \{\bar{\mathbf{i}} \quad \bar{\mathbf{j}} \quad \bar{\mathbf{k}}\} \cdot \begin{Bmatrix} \dfrac{v_x}{|\bar{\mathbf{v}}|} \\ \dfrac{v_y}{|\bar{\mathbf{v}}|} \\ \dfrac{v_z}{|\bar{\mathbf{v}}|} \end{Bmatrix}$$

Versore binormale

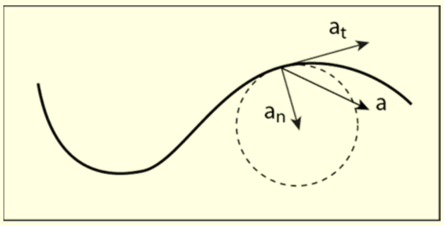
$$\bar{\mathbf{b}} = \frac{\bar{\mathbf{v}} \wedge \bar{\mathbf{a}}}{|\bar{\mathbf{v}} \wedge \bar{\mathbf{a}}|}$$

Versore NORMALE principale

$$\bar{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{b}} \wedge \bar{\mathbf{t}}$$

ACCELERAZIONE TANGENZIALE
Componente della accelerazione istantanea nella direzione tangente alla traiettoria
(rappresentato dal versore tangente alla traiettoria; parallela al vettore velocità)

ACCELERAZIONE CENTRIPETA
Componente della accelerazione istantanea nella direzione normale alla traiettoria
(rappresentato dal versore normale alla traiettoria;
parallela al vettore rappresentativo del raggio di curvatura , verso il centro di curvatura)



$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

TIPOLOGIE DI MOTO

Moto RETTILINEO
Traiettoria → retta
Vettori spostamento, velocità istantanea e accelerazione istantanea paralleli alla traiettoria

Moto CIRCOLARE

Traiettoria → circonferenza

Vettore velocità istantanea → tangente alla circonferenza

Vettore accelerazione tangenziale → tangente alla circonferenza

Vettore accelerazione centripeta → normale alla tangente alla circonferenza

APPLICAZIONI di CINEMATICA del PUNTO

- Moto di un veicolo su una strada
- Moto di un aeromobile nello spazio
- Moto dell’end effector di un robot
- …

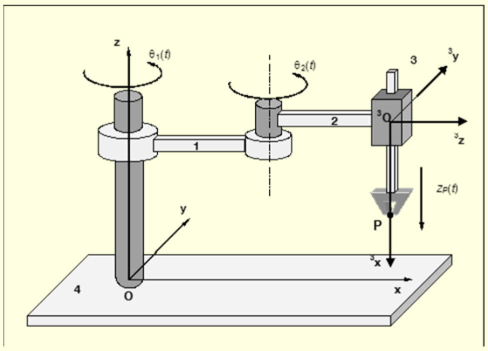
Strumenti matematici per calcolo e simulazione

- Calcolo vettoriale
- Calcolo matriciale
- Software: Excel, MatLab, Mathematica, MathCad, …

Applicazione: CINEMATICA DELL'END-EFFECTOR DI UN ROBOT SCARA

SCARA = Selective Compliant Assembly Robot Arm,
oppure Selective Compliant Articulated Robot Arm)

Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

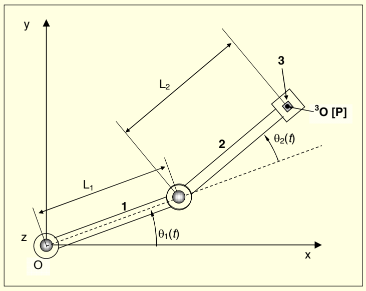


Applicazione Cinematica del punto
Riferimenti teorici

$$\theta_1(t) = \theta_{10} + \omega_{10} \cdot t + \frac{1}{2}\alpha_{10} \cdot t^2$$

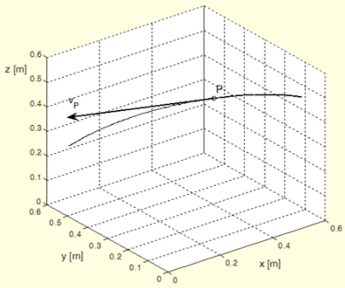
$$\theta_2(t) = \theta_{20} + \omega_{20} \cdot t + \frac{1}{2}\alpha_{20} \cdot t^2$$

$$z_P(t) = \left(z_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 \right)_0 + {}^3x_P$$



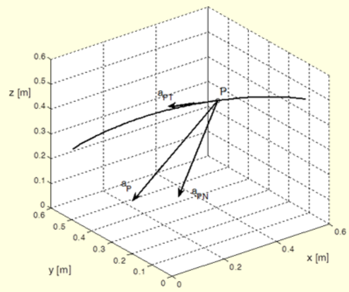
$$\begin{cases} x_P(t) = x_{3O}(t) = L_1 \cos(\theta_1(t)) + L_2 \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ y_P(t) = y_{3O}(t) = L_1 \sin(\theta_1(t)) + L_2 \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ z_P(t) = z_{3O}(t) + {}^3x_P \end{cases}$$

Applicazione Cinematica del punto
RISULTATI

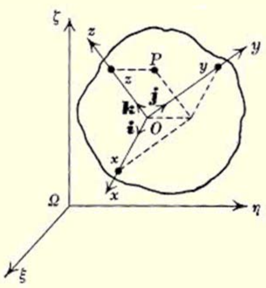


Traiettoria con vettore velocità

Traiettoria con vettore accelerazione
e sue componenti



CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO



La cinematica del corpo rigido si riconduce allo studio della cinematica dei suoi punti (che sono infiniti se si tratta di un corpo continuo).
Spesso si fa riferimento ad un punto particolare, il centro di massa , CM

CORPO RIGIDO
è un oggetto materiale le cui parti sono soggette al vincolo di rigidità, ossia è un corpo che sia quando è fermo sia quando cambia posizione non si deforma mai.

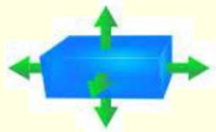
GRADI DI LIBERTÀ
sono le coordinate necessarie per descrivere il moto del corpo rigido

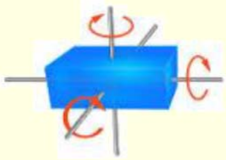
CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

Nello spazio 3D il corpo rigido ha **6 GRADI DI LIBERTÀ**.

Definita la "forma" del corpo rigido, ad ogni istante la sua posizione è individuabile da 6 parametri:

- 3 coordinate di un punto, 2 coordinate di un secondo punto, una coordinata di un terzo punto (le altre coordinate sono univocamente determinate dai vincoli);
- oppure: 3 coordinate di un punto, 3 coseni direttori di rotazione intorno agli assi x, y, z solidali al corpo.





CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

Nel piano il corpo rigido ha **3 GRADI DI LIBERTÀ**

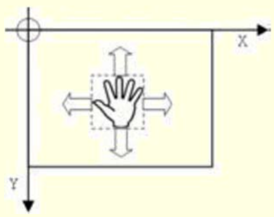
•2 traslazioni lungo gli assi coordinati x, y

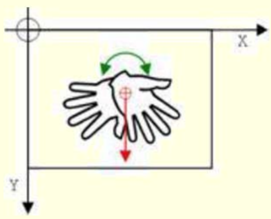
•1 rotazione attorno all' asse z Gradi di libertà

sono le coordinate necessarie per descrivere il moto del corpo rigido

Per individuare le successive posizione del corpo durante il moto è sufficiente conoscere le traiettorie di 2 punti che vengono chiamate:

GUIDE DEL MOTO

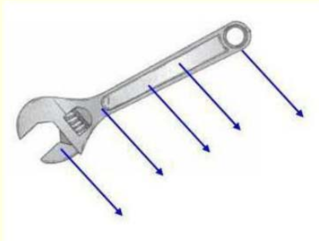




MOTI DEL CORPO RIGIDO

TRASLAZIONE

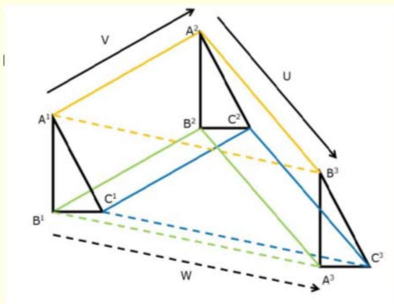
- le orientazioni degli assi della tema solidale rimangano costanti (gli assi si muovono mantenendosi paralleli a se stessi)
- Tutti i punti del corpo rigido subiscono lo stesso spostamento nello stesso intervallo di tempo che è lo stesso di quello subito dal CM
- Tutti i punti sono fermi rispetto al centro di massa
- E sufficiente determinare il moto del CM



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

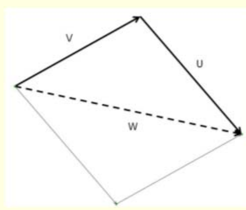
TRASLAZIONE

La composizione di due o più traslazioni è ancora una traslazione che ha come vettore il vettore somma di quelli dati.



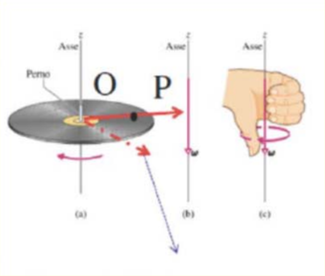
Questo procedimento di costruire una traslazione composta di due traslazioni date è noto sotto il nome di "REGOLA DEL PARALLELOGRAMMO".

Il vettore W somma dei due vettori V e U è la diagonale del parallelogrammo congiungente due vertici opposti del parallelogrammo stesso.

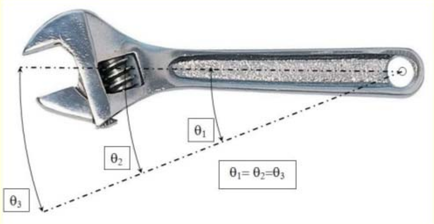


ROTAZIONE

Moto di un corpo rigido si dice **puramente rotatorio** se e solo se tutti gli elementi del corpo si muovono lungo una **traiettoria circolare**.
I centri di tutte le circonferenze devono cadere su una stessa retta detta **asse di rotazione**.
Il piano della traiettoria è perpendicolare all'asse di rotazione.



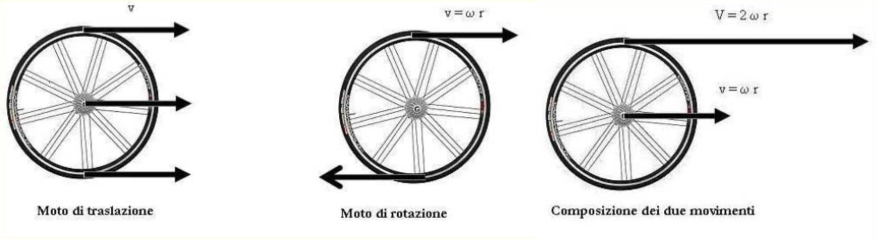
Moto di un corpo rigido si dice **puramente rotatorio** attorno ad un asse se e solo se tutte le linee di riferimento ortogonali all'asse descrivono **angoli uguali** in intervalli di tempo uguali.



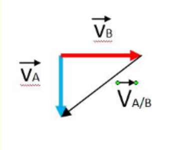
MOTI COMPOSTI

Qualsiasi spostamento di un corpo rigido può essere scomposto in una serie di traslazioni e rotazioni

ESEMPIO: LA RUOTA I UN VEICOLO

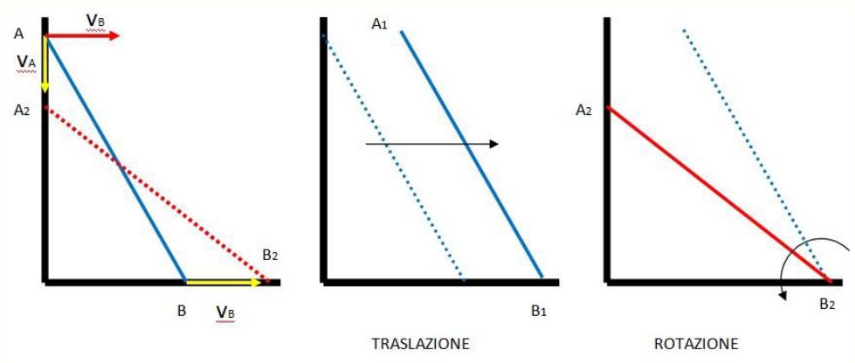


Caso del rotolamento puro



MOTI COMPOSTI

ESEMPIO: SCALA APPOGGIATA AD UNA PARETE



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

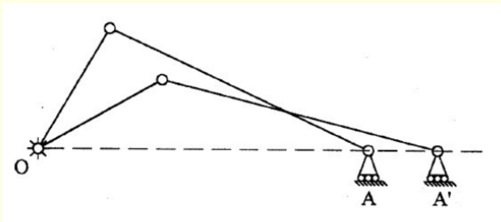
MOTI COMPOSTI

ESEMPIO: MANOVELLISMO DI SPINTA CENTRATO

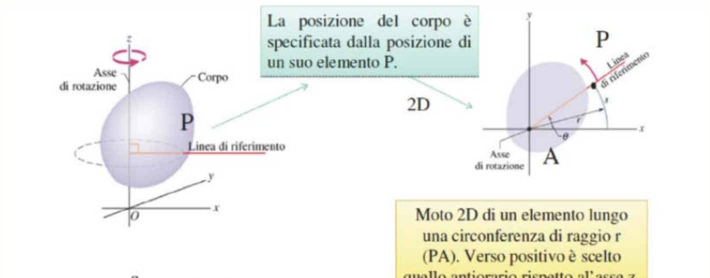
Manovella: moto rotatorio

Biella: moto composto (roto-traslatorio)

Pattino: moto traslatorio



GRANDEZZE DEL MOTO ROTATORIO



$$\vartheta = \frac{s}{r} \quad \text{radianti}$$

2π rad= 360°
1 rad = 57.3°

GRANDEZZE DEL MOTO ROTATORIO

•Quando il corpo rigido ruota attorno all'asse di rotazione da una certa posizione iniziale θ_0 ad una certa posizione finale θ_1, il suo spostamento angolare vale:

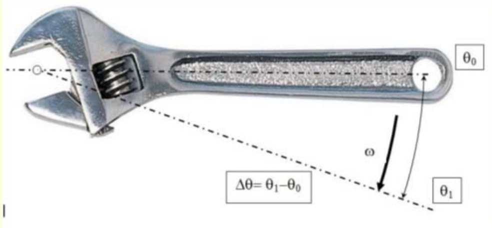
$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0$

•La velocità angolare media è definita: $\omega_m = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

•La velocità angolare istantanea vale: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)$ [rad/s]

Se La velocità angolare ω è costante

si ha un MOTO ROTATORIO PURO



GRANDEZZE DEL MOTO ROTATORIO

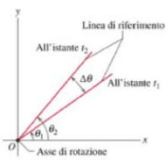
•Se **non** si ha un MOTO ROTATORIO PURO la velocità angolare ω varia nel tempo e si hanno le accelerazioni angolari

Variazione di velocità angolare: $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0$

•Accelerazione angolare media [rad/s²] $\alpha_m = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$

•Accelerazione angolare istantanea [rad/s²] $\alpha = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}\right)$

GRANDEZZE DEL MOTO ROTATORIO



Spostamento angolare: $\Delta\vartheta$

la velocità angolare media: $\overline{\omega} = \dfrac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$ *[rad/s]*

la velocità istantanea: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \dfrac{d\vartheta}{dt}$

In un moto puramente rotatorio di un corpo rigido: tutti i suoi elementi hanno la stessa ω.

Se P ha una ω non costante:

accelerazione angolare media: $\overline{\alpha} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$

accelerazione istantanea: $\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{d\omega}{dt}$

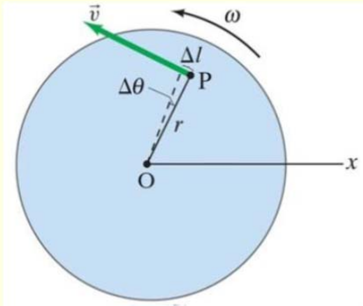
[rad/s²]

In un moto puramente rotatorio di un corpo rigido: tutti i suoi elementi hanno la stessa α.

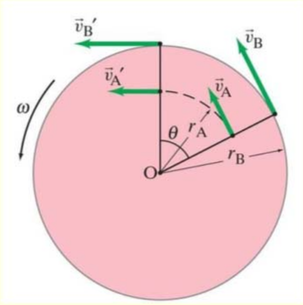
GRANDEZZE DEL MOTO DI ROTAZIONE

Relazione tra grandezze angolari e grandezze lineari

La velocità v (detta velocità periferica) aumenta all'aumentare della distanza dal centro di rotazione



$$\Delta\ell = \Delta\theta \cdot r$$



$$v = \frac{\Delta\ell}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta \cdot r}{\Delta t} = \omega \cdot r$$

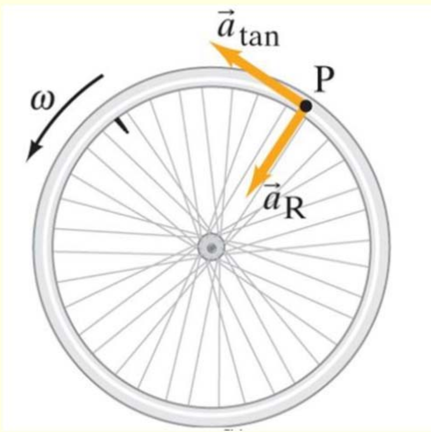
GRANDEZZE DEL MOTO DI ROTAZIONE

Relazione tra grandezze angolari e grandezze lineari

$$v = \omega \cdot r$$

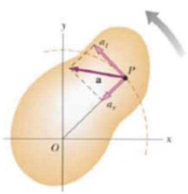
$$a_T = \frac{\Delta v_T}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega \cdot r}{\Delta t} = \alpha \cdot r$$

$$a_R = \frac{v_T^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$



GRANDEZZE DEL MOTO DI ROTAZIONE

Relazione tra grandezze angolari e grandezze lineari



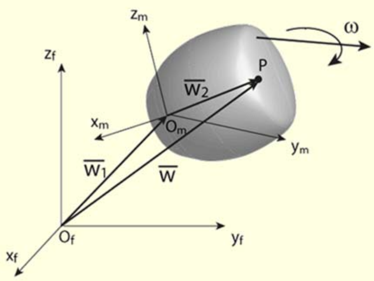
$$\vartheta = \frac{s}{r} \quad \text{radianti}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\vartheta}{dt}\,\mathrm{r} \Leftrightarrow \mathrm{v_T} = \omega\,\mathrm{r}$$

$$\frac{\mathrm{dv_T}}{\mathrm{dt}} = \frac{d\omega}{dt}\,\mathrm{r} \Leftrightarrow \mathrm{a_T} = \alpha r \Rightarrow \mathrm{a_R} = \frac{\mathrm{v_T}^2}{\mathrm{r}} = \omega^2\mathrm{r}$$

Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

FORMULA FONDAMENTALE DELLA CINEMATICA

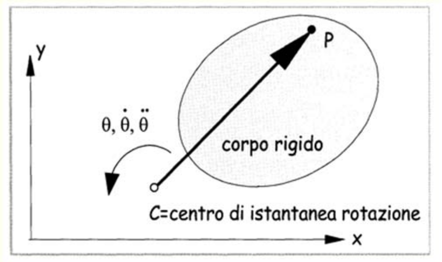


$$\overline{v}_P = \overline{v}_{O_m} + \overline{\omega} \wedge \overline{w}_2$$

Il vettore velocità di un punto P di un corpo rigido è uguale alla somma di:

- Vettore velocità di un altro punto O dello stesso corpo rigido
- Prodotto vettoriale tra il vettore velocità angolare e il vettore OP

CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE



C.I.R = punto appartenente (solidale) al corpo rigido la cui velocità, rispetto ad un riferimento fisso, è nulla

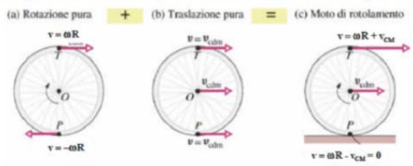
$$\overline{v}_P = \overline{v}_{C.I.R.} + \overline{\omega} \wedge \overline{CP}$$
$$\overline{v}_{C.I.R.} = 0$$

Teorema di **CHASLES**:
I vettori velocità dei punti di un corpo rigido nel moto piano possono essere:
- ortogonali alla congiungente i punti con il centro di istantanea rotazione (moto rotatorio)
- paralleli (moto traslatorio)

ROTOLAMENTO

Il moto di puro ROTOLAMENTO è un moto in cui il punto di contatto tra la superficie (fissa) ed il corpo (mobile) che rotola è fermo istante per istante, $v_P = 0$, cioè è il C.IR.

Moto ROTOTRASLATORIO = ROTAZIONE del corpo (rispetto al suo CM) + TRASLAZIONE del CM rispetto al sistema fisso.



$$v_P = -\omega R \quad v_O = 0 \quad v_T = \omega R$$

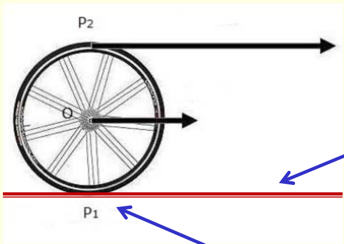
$$v_P = v_{CM} \quad v_O = v_{CM} \quad v_T = v_{CM}$$

$$\left.\begin{aligned} v_P &= v_{CM} - \omega R \\ v_O &= v_{CM} \\ v_T &= v_{CM} + \omega R \end{aligned}\right\} \boxed{\begin{aligned} & v_P = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow v_{CM} = \omega R \end{aligned}}$$

Nella rotazione e nel rotolamento nel piano, istante per istante esiste un punto fisso (V=0) e il moto in ogni altro punto può essere riferito ad esso.
Lo spostamento rigido piano generico infinitesimo può essere ridotto ad una semplice rotazione, e il centro attorno cui avviene tale rotazione è chiamato Centro di Istantanea Rotazione (CIR).

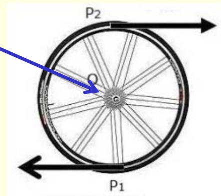
ROTOLAMENTO

ROTAZIONE



$V_O=0$

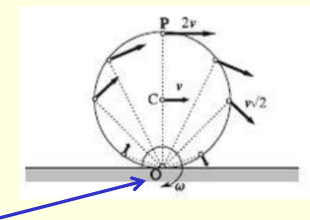
POLARE



$V_{P1}=0$

Nel caso di ruota rotolante e non strisciante, la rotazione infinitesima attorno al punto di contatto ruota -piano provoca in ogni punto del corpo rigido uno spostamento diretto lungo la normale al segmento congiungente il CIR con i punti considerati, con grandezza proporzionale alla distanza dei punti dal centro stesso.

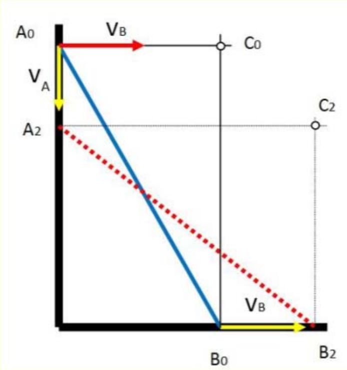
$$\overline{v}_P = \overline{v}_O + \overline{\omega} \wedge \overline{OP}$$



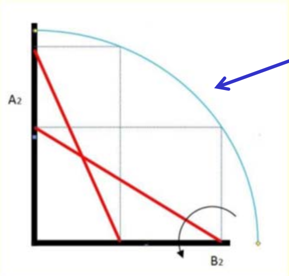
$V_O=0$

ESEMPIO:
Scala appoggiata alla parete

Il centro di istantanea rotazione è individuato dall'intersezione delle perpendicolari delle guide del moto.

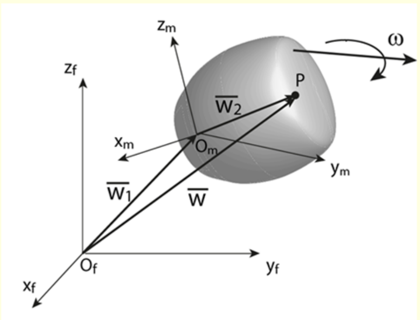


POLARE



la linea ottenuta dalle successive posizioni del centro istantaneo di rotazione è detta **POLARE**

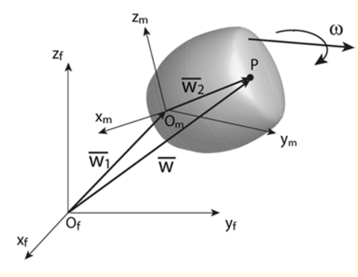
ACCELERAZIONE di un punto del corpo rigido



$$\bar{a}_P = \bar{a}_{Om} + \bar{\alpha} \wedge \bar{w}_2 + \bar{\omega} \wedge (\bar{\omega} \wedge \bar{w}_2)$$

$\bar{\alpha} \wedge \bar{w}_2$ = accel. tangenziale
$\bar{\omega} \wedge (\bar{\omega} \wedge \bar{w}_2)$ = accel. normale
$\bar{\alpha}$ = accel. angolare
$\bar{\omega}$ = velocità angolare

Moto RELATIVO del Corpo Rigido



Moto **ASSOLUTO**:
moto del punto P rispetto a terna fissa
Moto **RELATIVO**:
moto del punto P rispetto a terna mobile
Moto di **TRASCINAMENTO**:
moto della terna mobile rispetto alla terna fissa

Posizione

$$\overline{w} = \overline{w}_1 + \overline{w}_2$$

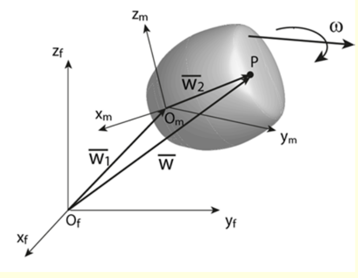
Velocità

$$\overline{v}_P = \overline{v}_{Om} + \overline{v}_{P_m} = \overline{v}_{Om} + \overline{\omega} \wedge \overline{w}_2 + v_{P_{mx}} \overline{\mathbf{i}}_m + v_{P_{my}} \overline{\mathbf{j}}_m + v_{P_{mz}} \overline{\mathbf{k}}_m$$

$$\overline{v}_{Om} + \overline{\omega} \wedge \overline{w}_2 = \text{velocità trascinamento}$$

$$v_{P_{mx}} \overline{\mathbf{i}}_m + v_{P_{my}} \overline{\mathbf{j}}_m + v_{P_{mz}} \overline{\mathbf{k}}_m = v_{P_{rel}} = \text{velocità relativa}$$

Moto RELATIVO del Corpo Rigido



ACCELERAZIONE

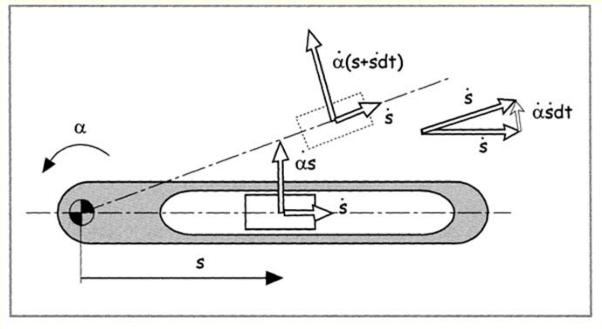
$$\overline{a}_P = \overline{a}_{Om} + \overline{\alpha} \wedge \overline{w}_2 + \overline{\omega} \wedge (\overline{\omega} \wedge \overline{w}_2) + \overline{a}_{P\,rel} + 2 \cdot \overline{\omega} \wedge \overline{v}_{P\,rel}$$

$$\overline{a}_{Om} + \overline{\alpha} \wedge \overline{w}_2 + \overline{\omega} \wedge (\overline{\omega} \wedge \overline{w}_2) = \text{accel. trascinamento}$$

$$\overline{a}_{P\,rel} = \text{accel. relativa}$$

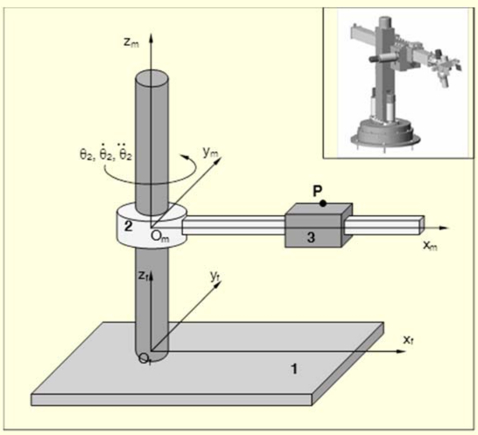
$$2 \cdot \overline{\omega} \wedge \overline{v}_{P\,rel} = \text{accel. Coriolis}$$

Interpretazione dell'accelerazione di CORIOLIS



$$2\cdot\dot{\bar{\alpha}}\wedge\dot{\bar{s}} = \text{accelerazione di. Coriolis}$$

APPLICAZIONE
CINEMATICA DEL MOTO RELATIVO DI UN CORPO RIGIDO



Applicazione : Cinematica del corpo rigido
Riferimenti teorici

Posizione punto P

$$^{f}\begin{Bmatrix} x_P \\ y_P \end{Bmatrix} = {}^{f}\begin{Bmatrix} x_{Om} \\ y_{Om} \end{Bmatrix} + {}^{f}_{m}[R]\, {}^{m}\begin{Bmatrix} x_P \\ y_P \end{Bmatrix}$$

Matrice di rotazione

$${}^{f}_{m}[R] = {}^{f}_{m}\begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \end{bmatrix}$$

Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione : Cinematica del corpo rigido
Riferimenti teorici

Velocità del punto P

$$^{f}\begin{Bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{Bmatrix} = {}^{f}\begin{Bmatrix} \dot{x}_{Om} \\ \dot{y}_{Om} \end{Bmatrix} + {}^{f}_{m}[R]\left\{ \dot{\theta}_2(t)\, {}^{m}\begin{Bmatrix} -y_P \\ x_P \end{Bmatrix} + {}^{m}\begin{Bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{Bmatrix} \right\}$$

velocità di trascinamento

$$\{v_t\} = {}^{f}\begin{Bmatrix} \dot{x}_{Om} \\ \dot{y}_{Om} \end{Bmatrix} + \dot{\theta}_2 \cdot {}^{f}_{m}[R]\, {}^{m}\begin{Bmatrix} -y_P \\ x_P \end{Bmatrix}$$

velocità relativa

$$\{v_r\} = {}^{f}_{m}[R]\, {}^{m}\begin{Bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{Bmatrix}$$

Applicazione : Cinematica del corpo rigido
Riferimenti teorici

$$^f\begin{Bmatrix}\ddot{x}_P\\ \ddot{y}_P\end{Bmatrix} = {}^f\begin{Bmatrix}\ddot{x}_{Om}\\ \ddot{y}_{Om}\end{Bmatrix} + {}^f_m[R]\left\{\ddot{\theta}_2(t)\,{}^m\begin{Bmatrix}-y_P\\ x_P\end{Bmatrix} - \left(\dot{\theta}_2(t)\right)^2\,{}^m\begin{Bmatrix}x_P\\ y_P\end{Bmatrix} + {}^m\begin{Bmatrix}\ddot{x}_P\\ \ddot{y}_P\end{Bmatrix} + 2\cdot\dot{\theta}_2(t)\,{}^m\begin{Bmatrix}-\dot{y}_P\\ \dot{x}_P\end{Bmatrix}\right\}$$

accel. trascinamento $\{a_t\} = {}^f\begin{Bmatrix}\ddot{x}_{Om}\\ \ddot{y}_{Om}\end{Bmatrix} + \ddot{\theta}_2\cdot{}^f_m[R]\,{}^m\begin{Bmatrix}-y_P\\ x_P\end{Bmatrix} - \dot{\theta}_2^2\cdot{}^f_m[R]\,{}^m\begin{Bmatrix}x_P\\ y_P\end{Bmatrix}$

accel. relativa $\{a_r\} = {}^f_m[R]\,{}^m\begin{Bmatrix}\ddot{x}_P\\ \ddot{y}_P\end{Bmatrix}$

accel. Coriolis $\{a_C\} = 2\dot{\theta}_2\cdot{}^f_m[R]\,{}^m\begin{Bmatrix}-\dot{y}_P\\ \dot{x}_P\end{Bmatrix}$

Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione : Cinematica del corpo rigido
Assegnazione dati

Coordinate di O_m nel riferimento fisso:

$^f x_{Om}=0$ $\quad$ $^f y_{Om}=0$ $\quad$ $^f z_{Om}=0.30$ m

Coordinate di P nel riferimento mobile:

$^m x_P= 0.30+0.05\cdot t+½\ 0.05\ t^2+0.16*\sin(2\pi/1.8\ t)$

$^m y_P=0.05$ m

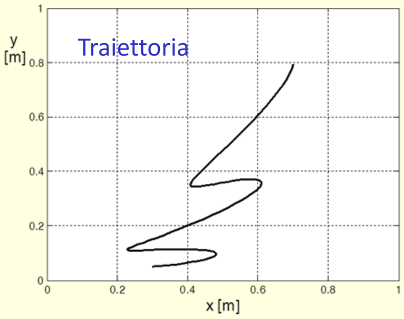
$^m z_P=0.05$ m

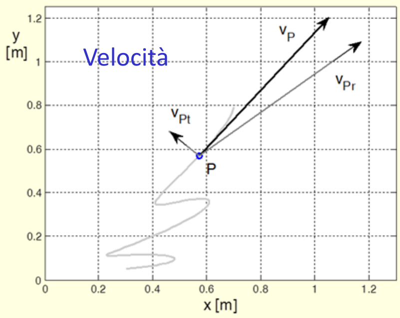
Rotazione del membro 2 rispetto al rif. fisso:

$\theta_2=0.2\cdot t$ rad $\quad$ $\dot{\theta}_2 = 0.2$ rad/s $\quad$ $\ddot{\theta}_2 = 0$

Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione Cinematica del corpo rigido
RISULTATI





Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione Cinematica del corpo rigido
RISULTATI