



Bilancio LAVORO –ENERGIA in un sistema meccanico

$$L_m + L_r + L_p = \Delta E_{cin}$$

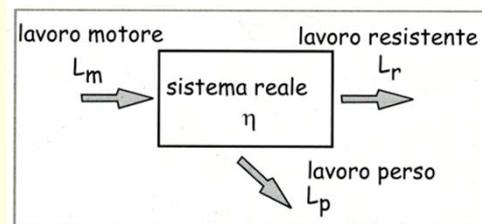
$$L_m - |L_r| - |L_p| = \Delta E_{cin}$$

L_m = lavoro motore

L_r = lavoro resistente

L_p = lavoro perduto

ΔE_{cin} = variazione di energia cinetica del sistema



Dinamica

Rendimento

1

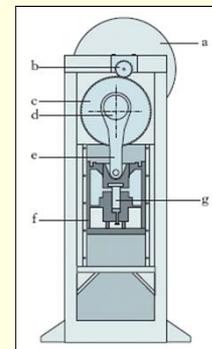


Regime

ASSOLUTO $\Delta E_{cin} = 0$ sempre

PERIODICO $\Delta E_{cin} \neq 0$ $\Delta T \neq T$ (periodo)

Se si considera un tempo uguale al periodo T $\Delta E_{cin} = 0$



Dinamica

Rendimento

2



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Bilancio LAVORO –ENERGIA valutato in regime assoluto
o periodico con $\Delta E_{cin}=0$

$$L_m - |L_r| - |L_p| = 0$$

Rendimento

$$\eta = \frac{|L_r|}{L_m} \Rightarrow 0 \div 100\%$$

Perdita di rendimento

$$1 - \eta = \frac{|L_p|}{L_m}$$

Dinamica

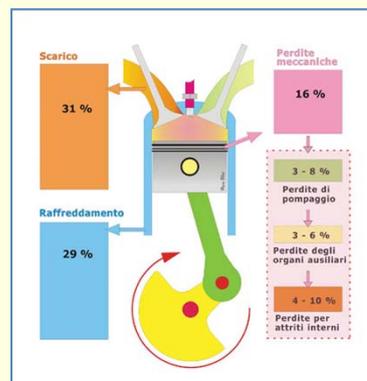
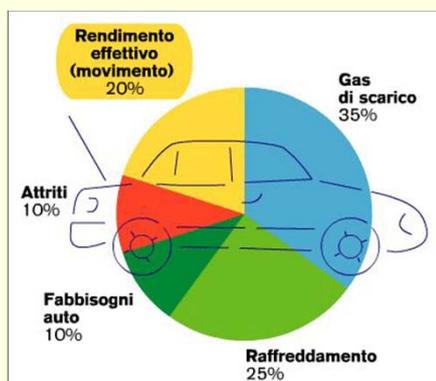
Rendimento

3



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Rendimento



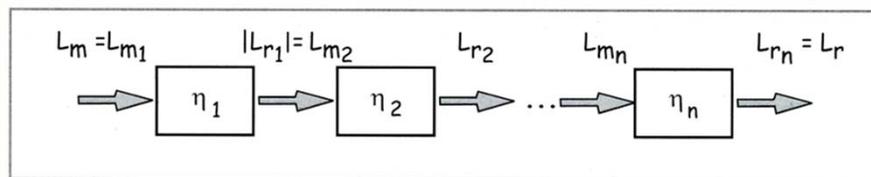
Dinamica

Rendimento

4



Rendimento di macchine in SERIE

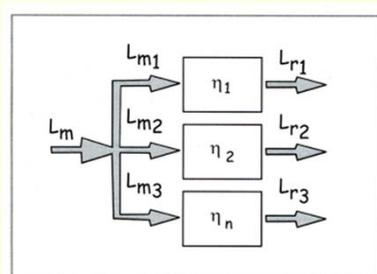


$$\eta_{tot} = \frac{|L_r|}{L_m} = \frac{|L_r|}{L_{m_n}} \cdot \frac{|L_{r_{n-1}}|}{L_{m_{n-1}}} \cdot \dots \cdot \frac{|L_{r_2}|}{L_{m_2}} \cdot \frac{|L_{r_1}|}{L_m}$$

$$\eta_{tot} = \eta_n \cdot \dots \cdot \eta_2 \cdot \eta_1$$

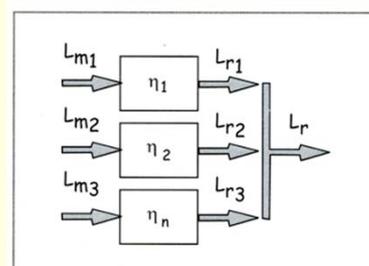


Rendimento di macchine in PARALLELO



$$\eta_{tot} = \frac{L_{m1} \cdot \eta_1 + L_{m2} \cdot \eta_2 + \dots + L_{m_n} \cdot \eta_n}{L_m}$$

$$\eta = \frac{|L_r|}{\frac{|L_{r1}|}{\eta_1} + \frac{|L_{r2}|}{\eta_2} + \dots + \frac{|L_{rn}|}{\eta_n}}$$

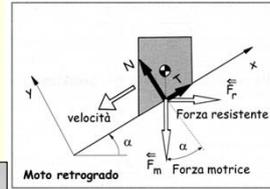
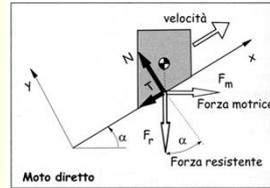
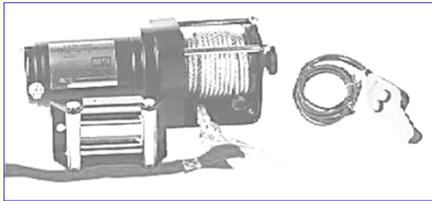




Rendimento del **MOTO RETROGRADO**

$$\eta_{rtr} = \frac{\eta_{dir}(1+k) - k}{\eta_{dir}}$$

$$k = \frac{L_{p_{rtr}}}{L_{p_{dir}}}$$



Dinamica

Rendimento

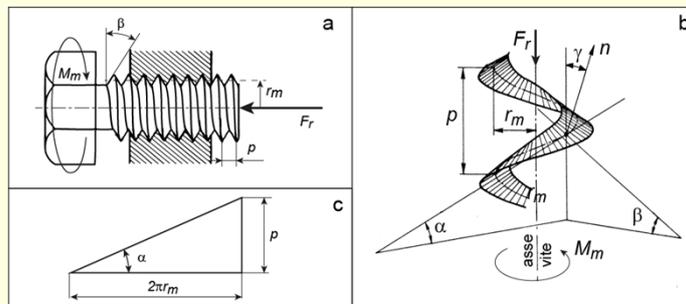
7



Applicazione: rendimento del moto retrogrado

Crick automobilistico , vite madrevite

Relazione tra spostamento, rotazione e passo: $s = \frac{\theta}{2 \cdot \pi} p$



Dinamica

Rendimento

8



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione: rendimento del moto retrogrado
Crick automobilistico, vite madrevite

MOTO DIRETTO

$$\eta_{dir} = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi')}$$

MOTO RETROGRADO

$$\eta_{rtr} = \frac{\tan(\alpha - \varphi')}{\tan \alpha}$$

$$\varphi' = \arctan\left(\frac{f}{\cos \beta}\right) = \arctan\left(f \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma}\right)$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha + \tan^2 \beta}}\right)$$

Dinamica

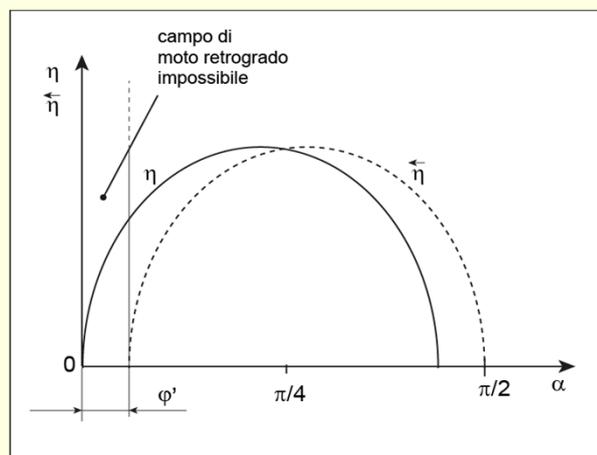
Rendimento

9



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione: rendimento del moto retrogrado



Dinamica

Rendimento

10



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione: rendimento del moto retrogrado



diametro esterno della vite, 12 mm
passo = 1.5 mm

$\beta = 15^\circ$
 $r_m = 5.625$ mm (ricavato da UNI-ISO 2901)

$f = 0.1$ $\alpha = 2.430^\circ$
 $\gamma = 15.168^\circ$ $\varphi' = 5.911^\circ$

rendimenti: *moto diretto* $\eta = 0.289$
 moto retrogrado $\eta = - 1.433$

Dinamica

Rendimento

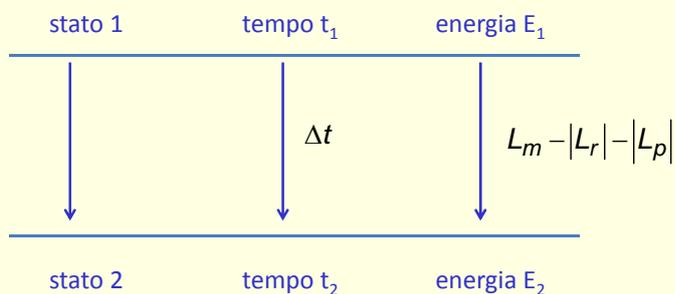
11



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazioni del bilancio energetico

$$L_m - |L_r| - |L_p| = \Delta E_{cin}$$



$$\Delta E_{cin} = E_{cin_2} - E_{cin_1}$$

Dinamica

Bilancio energetico

12



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
Riduttore vite senza fine-corona



Rapporto di trasmissione

$$\text{VsF} \Rightarrow \text{Corona} \Rightarrow \tau_{cor_vsf} = \frac{\omega_{cor}}{\omega_{vsf}} = \frac{i_{vsf}}{Z_{cor}}$$

$$\text{Corona} \Rightarrow \text{VsF} \Rightarrow \tau_{vsf_cor} = \frac{\omega_{vsf}}{\omega_{cor}} = \frac{Z_{cor}}{i_{vsf}}$$

Dinamica

Bilancio energetico

13



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
Riduttore vite senza fine-corona



Momento di inerzia di massa:

Vite senza fine _____ kg m²

Corona _____ kg m²

Momento di inerzia di massa ridotto all'asse veloce

$$I_{rid_V} = I_{vsf} + I_{cor} (\tau_{cor_vsf})^2$$

Momento di inerzia di massa ridotto all'asse lento

$$I_{rid_L} = I_{cor} + I_{vsf} (\tau_{vsf_cor})^2$$

Dinamica

Bilancio energetico

14



Applicazione
Riduttore vite senza fine-corona

Coppia

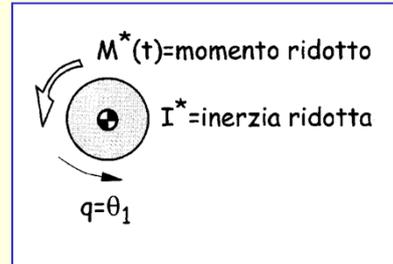
$$L_m - |L_r| - |L_p| = \Delta E_{cin}$$

Condizione teorica: assenza di lavoro perduto

$$L_m - |L_r| = \Delta E_{cin}$$

$$L_m = M_m \cdot \theta_{vsf}$$

$$L_r = M_r \cdot \theta_{cor}$$



$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_{vsf_2}^2 - \omega_{vsf_1}^2)$$

Dinamica

Bilancio energetico

15



Applicazione
Riduttore vite senza fine-corona

Coppia motrice teorica

Moto a regime, velocità costante

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_{vsf_2}^2 - \omega_{vsf_1}^2) = 0$$

$$M_m \cdot \theta_{vsf} - M_r \cdot \theta_{cor} = 0$$

$$M_m = M_r \cdot \frac{\theta_{cor}}{\theta_{vsf}} = M_r \cdot \tau_{cor_vsf}$$



Dinamica

Bilancio energetico

16



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
Riduttore vite senza fine-corona

Coppia motrice teorica

Moto accelerato/decelerato

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_{vsf_2}^2 - \omega_{vsf_1}^2)$$

$$M_m \cdot \theta_{vsf} - |M_r \cdot \theta_{cor}| = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_{vsf_2}^2 - \omega_{vsf_1}^2)$$

$$M_m = \left| M_r \cdot \frac{\theta_{cor}}{\theta_{vsf}} \right| + \frac{1}{2} I_{rid} \cdot \frac{(\omega_{vsf_2}^2 - \omega_{vsf_1}^2)}{\theta_{vsf}}$$



Dinamica

Bilancio energetico

17



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
Riduttore vite senza fine-corona

Coppia motrice effettiva

Presenza di lavoro perduto ⇔ Rendimento

$$L_m = \frac{|L_r|}{\eta}$$

Moto a regime

$$M_m = \frac{M_r \cdot \tau_{cor_vsf}}{\eta}$$

Moto accelerato/decelerato

$$M_m = \frac{\left| M_r \cdot \frac{\theta_{cor}}{\theta_{vsf}} \right| + \frac{1}{2} I_{rid} \cdot \frac{(\omega_{vsf_2}^2 - \omega_{vsf_1}^2)}{\theta_{vsf}}}{\eta}$$

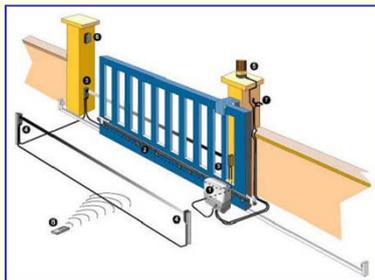
Dinamica

Bilancio energetico

18



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine



Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

Componenti mobili

	Moto rettilineo	Moto rotatorio
Pignone (rocchetto)		X
Cancello con cremagliera	X	
Ruote cancello	X	X

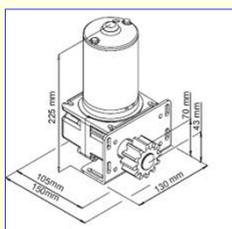
Dinamica

Bilancio energetico

19



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine



Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

Caratteristiche inerziali **Motore-Riduttore-Pignone**

	Momento di inerzia di massa [kg m ²]
Pignone (rocchetto)	
Riduttore asse lento	
Riduttore asse veloce	
Rotore del motore	

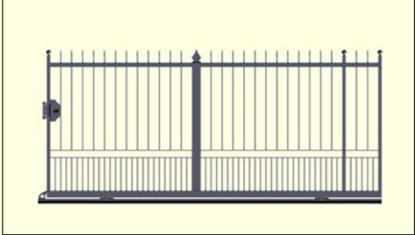
Dinamica

Bilancio energetico

20


 Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
 Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
 Azionamento di un cancello scorrevole



Caratteristiche inerziali Cannello - Ruote



	Massa [kg]	Momento di inerzia di massa [kg m ²]
Cannello con cremagliera		
Ruote		

Dinamica
Bilancio energetico
21


 Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
 Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
 Azionamento di un cancello scorrevole

Rapporti di trasmissione

	Rotore motore elettrico	Pignone	Cannello con cremagliera	Ruote, moto traslatorio	Ruote, moto rotatorio
Movente					
Rotore motore elettrico					
Cannello con cremagliera					

Dinamica
Bilancio energetico
22

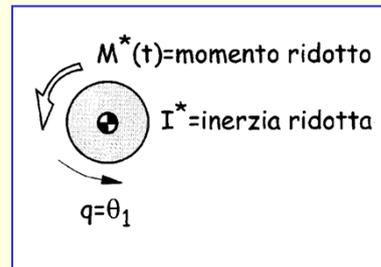


Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

Riduzione del sistema ad un **DISCO ROTANTE**

$$I_{rid} = \sum_{n=1}^N m_n \cdot \frac{v_n^2}{\omega_{rif}^2} + \sum_{n=1}^N I_n \cdot \frac{\omega_n^2}{\omega_{rif}^2}$$



Momento di inerzia di massa
ridotto all'asse del motore elettrico _____ kg m²

Dinamica

Bilancio energetico

23

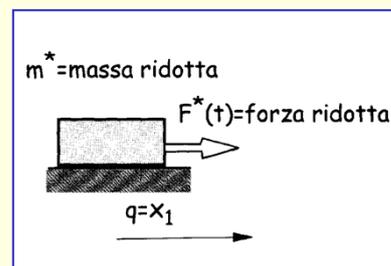


Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

Riduzione del sistema ad una **MASSA**

$$m_{rid} = \sum_{n=1}^N m_n \cdot \frac{v_n^2}{v_{rif}^2} + \sum_{n=1}^N I_n \cdot \frac{\omega_n^2}{v_{rif}^2}$$



Massa ridotta rif. cancello _____ kg

Dinamica

Bilancio energetico

24



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

Coppia motrice

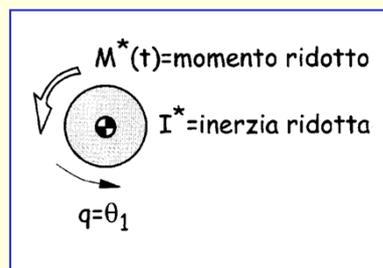
$$L_m - |L_r| - |L_p| = \Delta E_{cin}$$

Condizione teorica: assenza di lavoro perduto

$$L_m - |L_r| = \Delta E_{cin}$$

$$L_m = M_m \cdot \theta \quad L_r = F_r \cdot s$$

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$



Dinamica

Bilancio energetico

25



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

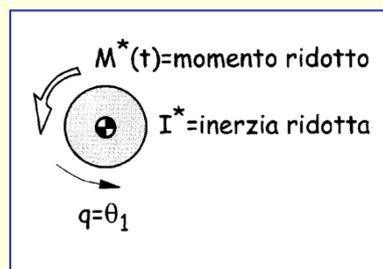
Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

Coppia motrice teorica

Moto a regime, velocità costante

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2) = 0$$

$$M_m \cdot \theta - F_r \cdot s = 0 \Rightarrow M_m = F_r \cdot \frac{s}{\theta}$$



Dinamica

Bilancio energetico

26



Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

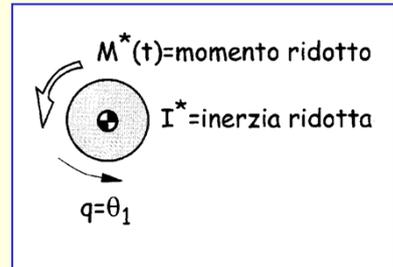
Coppia motrice teorica

Moto accelerato

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

$$M_m \cdot \theta - F_r \cdot s = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

$$M_m = F_r \cdot \frac{s}{\theta} + \frac{1}{2} I_{rid} \cdot \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{\theta}$$



Dinamica

Bilancio energetico

27



Applicazione
Riduttore vite senza fine-corona

Coppia motrice effettiva

Presenza di lavoro perduto \Leftrightarrow Rendimento

$$L_m = \frac{|L_r|}{\eta}$$

Moto a regime

$$M_m = \frac{F_r \cdot s}{\eta}$$

Moto accelerato/decelerato

$$M_m = \frac{1}{\eta} \left(F_r \cdot \frac{s}{\theta} + \frac{1}{2} I_{rid} \cdot \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{\theta} \right)$$

Dinamica

Bilancio energetico

28


 Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
 Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine



Applicazione
Ciclista con bicicletta

Corpi mobili

	Moto rettilineo	Moto rotatorio
Ciclista	X	
Telaio	X	
Ruota dentata con pedali	X	X
Catena	X	
Ruote n. 2	X	X

Dinamica
Bilancio energetico
29


 Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
 Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine





Applicazione
Ciclista con bicicletta

Caratteristiche inerziali

	Massa [kg]	Momento di inerzia di massa [kg m ²]
Ciclista		
Telaio		
Ruota dentata con pedali		
Catena		
Ruote n. 2		

Dinamica
Bilancio energetico
30



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione Ciclista con bicicletta

Rapporti di trasmissione

	Ruote, moto rotatorio	Ruote, moto traslatorio	Ciclista con bicicletta
Movente			
Ruota dentata con catena			
Ciclista con bicicletta			

Dinamica

Bilancio energetico

31

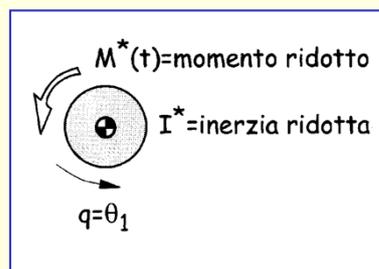


Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione Ciclista con bicicletta

Riduzione del sistema ad un unico disco rotante

$$I_{rid} = \sum_{n=1}^N m_n \cdot \frac{v_n^2}{\omega_{rif}^2} + \sum_{n=1}^N I_n \cdot \frac{\omega_n^2}{\omega_{rif}^2}$$



Momento di inerzia di massa
ridotto all'asse della ruota dentata _____ kg m²

Dinamica

Bilancio energetico

32



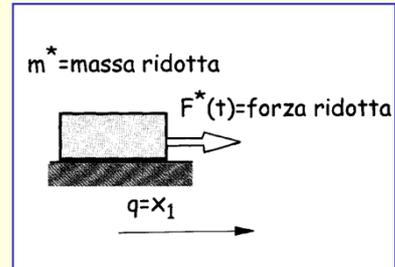
Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione Ciclista con bicicletta

Riduzione del sistema ad un'unica MASSA traslante

$$m_{rid} = \sum_{n=1}^N m_n \cdot \frac{v_n^2}{v_{rif}^2} + \sum_{n=1}^N I_n \cdot \frac{\omega_n^2}{v_{rif}^2}$$

Massa ridotta rif. ciclista _____ kg



Dinamica

Bilancio energetico

33



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione Ciclista con bicicletta

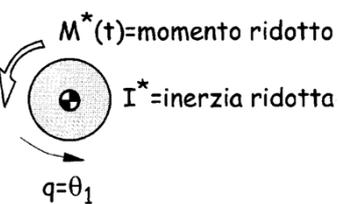
Coppia motrice

$$L_m - |L_r| - |L_p| = \Delta E_{cin}$$

Condizione teorica: assenza di lavoro perduto

$$L_m - |L_r| = \Delta E_{cin}$$

$$L_m = M_m \cdot \theta \quad L_r = F_r \cdot s$$



$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

Dinamica

Bilancio energetico

34



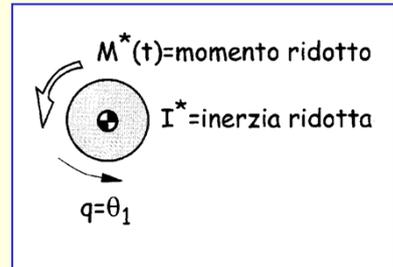
Applicazione
Ciclista con bicicletta

Coppia motrice

Moto a regime, velocità costante

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2) = 0$$

$$M_m \cdot \theta - F_r \cdot s = 0 \Rightarrow M_m = F_r \cdot \frac{s}{\theta}$$



Dinamica

Bilancio energetico

35



Applicazione
Azionamento di un cancello scorrevole

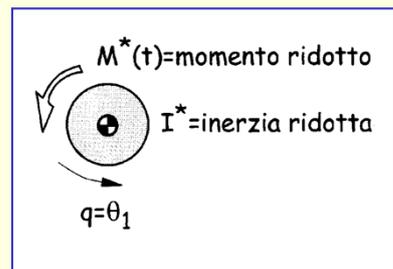
Coppia motrice

Moto accelerato

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

$$M_m \cdot \theta - F_r \cdot s = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

$$M_m = F_r \cdot \frac{s}{\theta} + \frac{1}{2} I_{rid} \cdot \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{\theta}$$



Dinamica

Bilancio energetico

36



Applicazioni del bilancio energetico Bilancio di Potenza

$$L_m - |L_r| - |L_p| = \Delta E_{cin}$$

Condizione teorica: assenza di lavoro perduto

$$L_m - |L_r| = \Delta E_{cin} \quad L_m = M_m \cdot \theta_m \quad L_r = M_r \cdot \theta_r$$

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} I_{rid} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$



Applicazioni del bilancio energetico Bilancio di Potenza

Bilancio energetico in un dato intervallo di tempo ($t_2 - t_1$)

$$L_m - |L_r| = \Delta E_{cin}$$

$$dL_m - |dL_r| = dE_{cin}$$

$$dL_m = M_m \cdot d\theta_m \quad dL_r = M_r \cdot d\theta_r$$

$$dE_{cin} = d\left(\frac{1}{2} I_{rid} \cdot \omega^2\right)$$



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazioni del bilancio energetico Bilancio di Potenza

$$M_m \cdot d\theta_m - |M_r \cdot d\theta_r| = d\left(\frac{1}{2} I_{rid} \cdot \omega^2\right)$$

$$M_m \cdot \frac{d\theta_m}{dt} - |M_r \cdot \frac{d\theta_r}{dt}| = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} I_{rid} \cdot \omega^2\right)$$

$$M_m - |M_r \tau| = I_{rid} \cdot \alpha$$

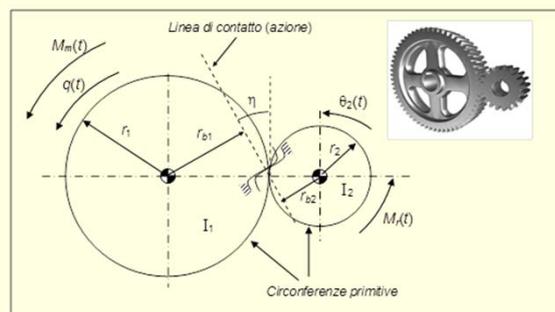
Dinamica

39



Università di Padova – PAS – a.a. 2014/15
Classe A020 – Corso: Didattica di Meccanica delle Macchine

Applicazione Bilancio di Potenza: Ruote dentate



$$M_m - M_r \cdot \tau_{21} = I_{rid} \alpha$$

Dinamica

40

